



УДК 691–4

БУДАРИН А. М.
ПЛЕТНЕВ М. В.
АЛЕХИН В. Н.

**Бударин
Александр
Михайлович**

студент кафедры
«САПР ОС»,
Уральский федеральный
университет

e-mail: sapros_ustu@mail.ru



**Плетнев
Максим
Валерьевич**

кандидат технических наук,
доцент кафедры
«САПР ОС»,
Уральский федеральный
университет

e-mail: sapros_ustu@mail.ru



**Алехин
Владимир
Николаевич**

кандидат технических
наук, доцент, заведующий
кафедрой «САПР ОС»,
Уральский федеральный
университет

e-mail: sapros_ustu@mail.ru

Численное моделирование изгибаемых железобетонных элементов с использованием критерия прочности Друкера — Прагера

Статья посвящена нелинейному анализу железобетонной балки с использованием метода конечных элементов в программном комплексе ANSYS. В статье подробно описываются критерий прочности, типы конечных элементов и настройки решателя, используемые для вычислений. Исследовано влияние критерия сходимости и шага сетки конечных элементов на значение разрушающей нагрузки, нагрузки начала трещинообразования и значения прогиба балки во времени.

Ключевые слова: железобетонные элементы, программный комплекс, поверхность пластичности, критерий сходимости, нелинейный анализ.

*BUDARIN A. M., PLETNEV M. V., ALEKHIN V. N.
NUMERICAL MODELING OF BENDED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS USING DRUCKER – PRAGER YIELD CRITERION*

This article is devoted to nonlinear analysis of reinforced concrete beam using Finite Element Method in software ANSYS. It is spoken in detail about yield criteria, types of finite elements and solver settings are used for calculations. The work investigated influence the convergence criteria and mesh on value of destructive load, cracking load and value of the deflection of the beam in time.

Keywords: reinforced concrete elements, software package, yield surface, convergence criteria, nonlinear analysis.

Введение

При расчете железобетонных конструкций широко используются опытные данные, полученные в результате лабораторных испытаний. Основным недостатком лабораторных испытаний является их дороговизна и высокая трудоемкость. Другим путем, позволяющим предсказать поведение конструкции под нагрузкой, является применение метода конечных элементов — МКЭ. Разработка мощных программных комплексов, использующих МКЭ, сделала возможным моделирование сложного, геометрически и физически нелинейного поведения железобетонных конструкций.

Цель данной работы — продемонстрировать эффективность моделирования изгибаемых железобетонных конструкций в программном

комплексе с использованием критерия прочности Друкера — Прагера, а также определить основные параметры расчетной модели, влияющие на получение результата.

Лабораторные испытания

В качестве основы для численной модели были использованы результаты экспериментального исследования железобетонных балок [1], представленные в Таблице 1.

Поперечное сечение балки представляет собой прямоугольник размерами 120 × 140 мм, длина балки 1200 мм (Иллюстрация 1).

Согласно результатам испытаний контрольных образцов, всем балкам соответствует бетон класса В22,5.

Таблица 1. Результаты лабораторных испытаний железобетонных балок

№	Прогиб балки (мм) при нагрузке (кН)			Нагрузка трещинообразования, кН	Разрушающая нагрузка, кН
	16	24	32		
1	1,76	3,17	4,58	6,515	40,638
2	1,77	2,78	4,59	7,415	40,619
3	1,76	3,73	5,55	5,660	39,396

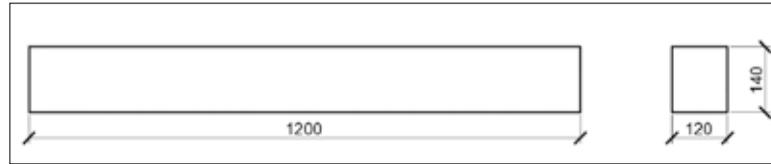


Иллюстрация 1. Геометрические параметры балки

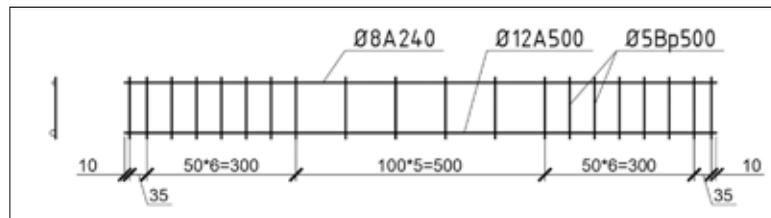


Иллюстрация 2. Схема армирования балки

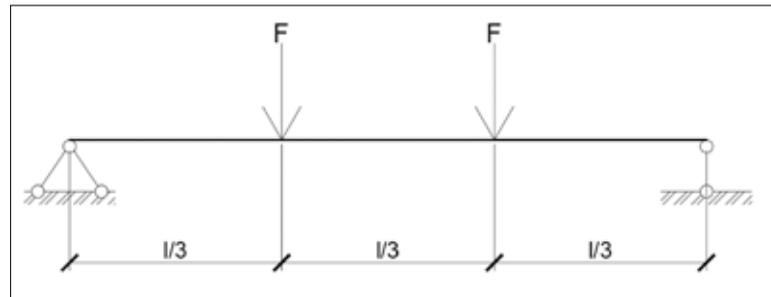


Иллюстрация 3. Схема нагружения балки

Численное моделирование

Бетон представлен 20-узловыми объемными конечными элементами типа SOLID186 [2].

В работе была использована комбинированная поверхность Друкера – Прагера [3] (Composite Surface with Drucker-Prager Compression and Drucker-Prager Tension Yield Surfaces), представляющая собой комбинацию поверхностей сжатия и растяжения Друкера – Прагера (Иллюстрация 4).

Поверхность текучести строится в пространстве главных напряжений (пространство Хейя – Вестергарда), где по осям координат откладываются главные значения тензора напряжений. Поверхность текучести описывается двумя уравнениями.

Для сжимающей нагрузки:

$$f_{DPr} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} + \beta_c \sigma_m - \sigma_{Yc} \Omega_c, \quad (1)$$

где константы β_c и σ_{Yc} вычисляются с помощью параметра R_b , который определяет угол наклона ветви поверхности пластичности Друкера – Прагера на сжатие относительно оси главных напряжений, и R_c – прочности при одноосном сжатии; σ_e и σ_m соответственно эквива-

лентные и средние напряжения; Ω_c – функция упрочнения.

$$\beta_c = \frac{\sqrt{3}(R_b - R_c)}{2R_b - R_c}; \quad (2)$$

$$\sigma_{Yc} = \frac{R_b R_c}{\sqrt{3}(2R_b - R_c)}. \quad (3)$$

Для растягивающей нагрузки:

$$f_{DPr} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} + \beta_t \sigma_m - \sigma_{Yt}, \quad (4)$$

где константы β_t и σ_{Yt} вычисляются следующим образом:

$$\beta_t = \frac{\sqrt{3}(R_c \Omega_c - R_t \Omega_t)}{R_c \Omega_c + R_t \Omega_t}; \quad (5)$$

$$\sigma_{Yt} = \frac{2R_c \Omega_c R_t \Omega_t}{\sqrt{3}(R_c \Omega_c + R_t \Omega_t)}, \quad (6)$$

где Ω_t – функция разупрочнения; R_t – прочность при одноосном растяжении.

Таблица 2. Сравнение результатов лабораторных испытаний и численного моделирования железобетонных балок

Шаг сетки, мм	Время расчета, с	Прогиб балки (мм) при нагрузке (кН)			Нагрузка трещинообразования, кН	Разрушающая нагрузка, кН P_{calc}
		16	24	32		
200	92	1,68	2,89	4,16	4,344	36,400
100	140	1,69	2,96	4,29	4,786	37,200
75	296	1,69	2,96	4,26	5,264	38,800
50	254	1,73	2,94	4,34	5,555	39,600
25	1446	1,75	3,08	5,01	6,372	40,826

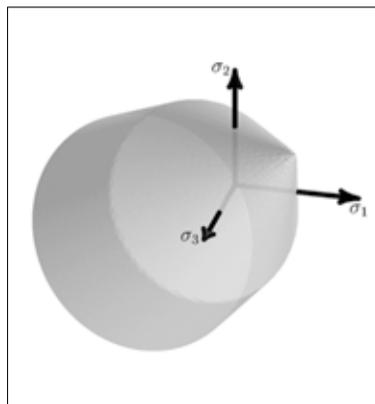


Иллюстрация 4. Комбинированная поверхность пластичности Друкера — Прагера [3]

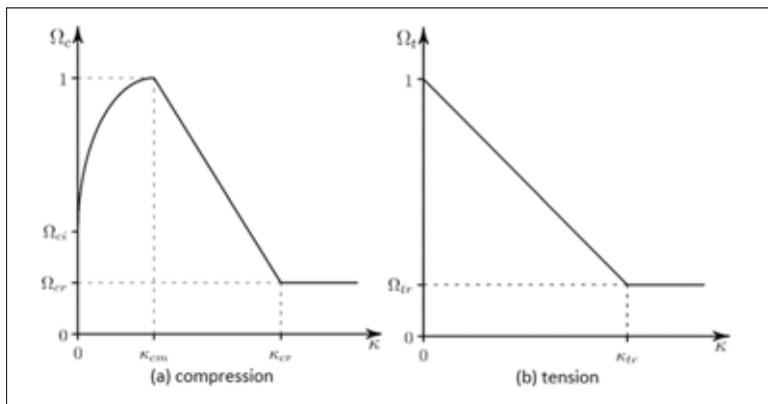


Иллюстрация 5. Диаграммы сжатия (a) и растяжения (b) по типу диаграмм Прандтля

Для данной модели была использована линейная форма функции упрочнения/разупрочнения при сжатии и растяжении (Иллюстрация 5).

Армирование балки производилось объемными дискретными конечными элементами REINF264 [4]. Преимущество данных элементов состоит в том, что для объединения их с элементами бетона им не надо иметь общих узлов. Это позволяет создавать более сложную геометрию без увеличения времени расчета.

Приложение нагрузки происходило равномерно в течение 32 шагов. Использовалась опция автоматического разбиения шага по времени и отключена стабилизация модели.

При расчете конструкций с использованием метода конечных элементов одной из наиболее остро стоящих проблем является построение качественной сетки конечных элементов. От размера сетки конечных элементов напрямую зависит точность получаемых результатов и скорость расчета модели. Сетку необходимо выбрать таким образом, чтобы получить достаточно точные результаты при минимальном времени расчета [5].

В рамках данной работы был проведен экспериментальный подбор шага сетки конечных элементов. В качестве типа сетки конечных элементов использовалась гексагональная сетка. Результаты численного моделирования приведены в Таблице 2.

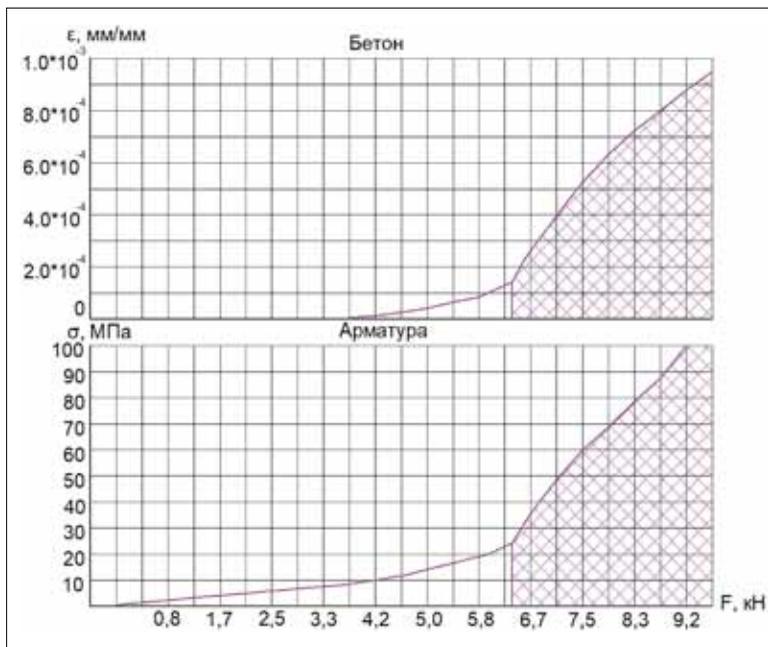


Иллюстрация 6. Графики зависимости изменения деформаций от силы в бетоне и изменения напряжений от силы в растянутой арматуре

Для получения величины нагрузки трещинообразования были сопоставлены график изменения напряжений в арматуре растянутой зоны и график изменения пластических деформаций бетона растянутой зоны (Иллюстрация 6).

В модели, имеющей размер ячейки сетки 25 мм, с шага, соответствующего нагрузке 6,372 кН, начинается

резкий рост напряжений в арматуре наряду со значительным увеличением пластических деформаций в бетоне, что свидетельствует о начале трещинообразования в растянутой зоне бетона.

Значение разрушающей нагрузки было получено на основе оценки графика изменения прогибов (Иллюстрация 7).

Таблица 3. Сравнение результатов лабораторных испытаний и численного моделирования железобетонных балок

Вид испытания	Прогиб балки (мм) при нагрузке (кН)			Нагрузка трещинообразования, кН	Разрушающая нагрузка, кН
	16	24	32		
Лабораторные испытания	1,76	3,23	5,07	6,530	40,218
ANSYS	1,75	3,08	5,01	6,372	40,826

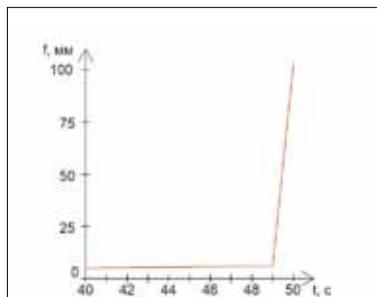


Иллюстрация 7. График изменения прогиба балки во времени

Лавинообразный рост деформаций, свидетельствующий о разрушении конструкции, начинается с шага загрузки, соответствующего нагрузке 40,826 кН.

Разница между внутренней и внешними усилиями называется невязкой расчета, являющейся мерой нарушения равновесия в модели. Цель решателя — проведение итераций до того момента, когда невязки станут достаточно малыми для достижения сходимости в модели. Сходимость достигается, когда критерий сходимости (Convergence Criterion) становится больше невязки.

В данном случае под невязкой подразумевается величина сходимости по силам (FCV — Force Convergence Value). Это несбалансированная часть силы, появляющаяся вследствие изменения жесткости модели, обусловленного геометрической, физической или контактной нелинейностью [6].

Значение критерия задается в процентах от приложенной к модели нагрузки.

Необходимое значение критерия сходимости по силе вычислялось на основе ряда расчетных циклов для модели с величиной шага сетки 25 мм. Задача полностью сходится и дает приемлемую точность при стандартных настройках для шагов с отсутствием пластических деформаций: 3% для диапазона нагрузки 7–12% относительно разрушающей нагрузки, 5% для диапазона нагрузки 13–60%, 6% для остальных шагов нагружения.

Заключение

Исследование выбора шага сетки конечных элементов показало,

что для получения корректных результатов по прогибам и разрушающей нагрузке для элемента SOLID186 при моделировании изгибных железобетонных конструкций достаточно шага сетки конечных элементов 25 мм (8 элементов по высоте сечения).

Результаты моделирования напряженно-деформированного состояния железобетонной балки квадратного сечения с использованием модели Друкера — Прагера с учетом геометрической и физической нелинейности очень близки к результатам лабораторных испытаний. В Таблице 3 приведено сравнение усредненных результатов лабораторных испытаний и результатов численного моделирования.

Список использованной литературы

- 1 Обернихин Д. В. Экспериментальные исследования прочности, трещиностойкости и деформативности железобетонных балок трапециевидного и прямоугольного поперечных сечений // Д. В. Обернихин, А. И. Никулин // Международный научный журнал «Инновационная наука». — 2016. — № 7–8. — С. 73–76.
- 2 SOLID186–3-D 20-Node homogeneous/ Layered Structural Solid [Электронный ресурс] // Sharcnet. — URL: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SOLID186.html (дата обращения: 18.03.2018).
- 3 Drucker-Prager concrete [Электронный ресурс] // Sharcnet. — URL: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/ans_mat/mat_geomechanics.html (дата обращения: 19.03.2018).
- 4 REINF264 [Электронный ресурс] // Sharcnet. — URL: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_REINF264.html (дата обращения: 19.03.2018).
- 5 Определение оптимальных параметров расчета бетона в ANSYS [Электронный ресурс] // CAE-CUBE. — URL: <http://cae-cube.ru/opredeleniye-optimalnykh-parametrov-rascheta-betona-v-ansys>

metro-v-rascheta-betona (дата обращения: 23.03.2018).

- 6 Peter Barret. Stress Analysis Convergence Tips for «Dummies» [Электронный ресурс] // CAE Associates. — URL: <https://caeai.com/blog/stress-analysis-convergence-tips-dummies> (дата обращения: 21.03.2018).

Spisok ispol'zovannoj literatury

- 1 Obernihini D. V. Ehksperimental'nye issledovaniya prochnosti, treščhinoostojkosti i deformativnosti zhelezobetonnyh balok trapecievidnogo i pryamougol'nogo poperechnyh sečenij / D. V. Obernihini, A. I. Nikulin // Mezhdunarodnyj nauchnyj zhurnal «Innovacionnaya nauka». — 2016. — № 7–8. — S. 73–76.
- 2 SOLID186–3-D 20-Node homogeneous/ Layered Structural Solid [Ehlektronnyj resurs] // Sharcnet. — URL: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_SOLID186.html (data obrashcheniya: 18.03.2018).
- 3 Drucker-Prager concrete [Ehlektronnyj resurs] // Sharcnet. — URL: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/ans_mat/mat_geomechanics.html (data obrashcheniya: 19.03.2018).
- 4 REINF264 [Ehlektronnyj resurs] // Sharcnet. — URL: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_REINF264.html (data obrashcheniya: 19.03.2018).
- 5 Opredelenie optimal'nyh parametrov rascheta betona v ANSYS [Ehlektronnyj resurs] // SAE-CUBE. — URL: <http://cae-cube.ru/opredeleniye-optimalnykh-parametrov-rascheta-betona> (data obrashcheniya: 23.03.2018).
- 6 Peter Barret. Stress Analysis Convergence Tips for «Dummies» [Ehlektronnyj resurs] // CAE Associates. — URL: <https://caeai.com/blog/stress-analysis-convergence-tips-dummies> (data obrashcheniya: 21.03.2018).